Contribuição: Ícaro Costa

a) Se chamarmos de $\vec{a}$ um vetor que está em função da curva C, de modo que sempre é uma porção infinitesimal tangente a esta curva bem como um "vetor derivada". E chamarmos de $\vec{b}$ um "vetor posição da curva", podemos afirmar que uma porção infinitesimal de área desta curva é correspondente à metade do produto vetorial entre o infinitesimal de $\vec{b}$ e $d\vec{a}$:

$$dS = \frac{1}{2}\left|\vec{b} \times d\vec{a}\right|$$

Como o vetor de área aponta na mesma direção do vetor normal ao plano da curva nota-se que:

$$\vec{S} = S\hat{n}$$

Mas sabemos que o produto vetorial entre dois vetores corresponde a um vetor ortogonal a estes, logo:

$$\vec{a} \times \vec{b} = 2S\vec{n}$$

b) É lógico que a resultante dos vetores de área em relação as faces do tetraedro é sempre nula, porque se tomarmos um vetor $\vec{S}$ em relação a uma das faces, existe um vetor $-\vec{S}$ em relação a face oposta. Para provar, tomemos dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ que construam uma das faces desse tetraedro, e que as demais são composições destes, logo: $\overrightarrow{S_1} = \frac{\vec{a}\times\vec{b}}{2}$; $\overrightarrow{S_2} = \frac{-\vec{a}\times-\vec{b}}{2}$; $\overrightarrow{S_3} = \frac{-\vec{a}\times\vec{b}}{2}$; $\overrightarrow{S_4} = \frac{\vec{a}\times-\vec{b}}{2}$. Então se a resultante é a soma de todos os vetores obtidos temos $\vec{S} = 0$

Contribuição: Ícaro Costa

Existe nesse caso, uma força F e uma força –F definidas pela lei F=qE que formam um binário, portanto:

a) $\tau = \sum_{i=1}^{2} \vec{r_i} \times \vec{F_i} \Rightarrow \tau = d \times F \Rightarrow \tau = d \times Eq \Rightarrow \tau = \frac{q}{q}[d \times Eq] = qd \times E = p \times E$ Aqui se utilizou um “truque” em que se multiplica e divide um produto vetorial por um mesmo valor, daí como qd é p prova-se o resultado.

b) A energia potencial pode ser definida por $U = -\int Fdl$, como sabemos quem é F e quem é dl temos: $U = -\int Eqd(d) = -Eqd = -pE$. Nota-se que energia é estável quando p é paralelo a E, e instável quando p é “não paralelo” a E.

Contribuição: Ícaro Costa

De início já sabemos que as coordenadas e velocidades de m1 são nulas pois ele é tomado como referencial inercial, daí momento angular se dá por:

$$l = M\vec{r} \times \vec{v}$$

Em que l é dado em relação ao cento de massa. O centro de massa será escrito por:

$$cm = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{r} = \mu\vec{r}$$

Então:

$$l = \mu\vec{r} \times \vec{v}$$

Contribuição: Ícaro Costa

A origem das coordenadas foi tomada no centro de massa, e como as velocidades dos patinadores são iguais e opostas a velocidade do centro de massa é zero.

a) O momento angular do sistema é o mesmo em relação a qualquer ponto porque l é sempre perpendicular ao plano tomado, e a velocidade do cento de massa é zero, o momento angular se conserva porque não existe a ação de nenhum torque externo. O momento angular será definido como a soma do momento angular dos patinadores em relação ao centro de massa, portanto:

$$L = l_1 + l_2 = m_1 r v \sin\theta + m_2(-r)(-v)\sin\theta = 2m\frac{l}{2\sin\theta} v\sin\theta = mlv = 420 \text{ (em Kg m}^2\text{\textbackslash s)}$$

b) A velocidade angular pode ser dada como a razão entre a velocidade linear e o raio de uma das partículas, logo:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2v}{l} \approx 7{,}1 \text{ (em rad\textbackslash s)}$$